



УПРАВЛЕНИЕ КУЛЬТУРЫ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ЕКАТЕРИНБУРГА
Муниципальное нетиповое автономное общеобразовательное учреждение культуры
«Гимназия «Арт-Этюд»

ПРИЛОЖЕНИЕ
К ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ФГОС

РАССМОТРЕНО
Методическим объединением
учителей математики и
информатики
 Пермякова С.Н.
Протокол № 4 от 06.11.2022

ПРИНЯТО
Педагогическим советом
Протокол № 2 от 07.11.2022



УТВЕРЖДЕНО
Директор
Семенова А.А.
Приказом № 98-уч/2
от 07.11.2022г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ
«МАТЕМАТИКА»
(среднее общее образование)
(углубленный уровень изучения)

Составители:
Пермякова С.Н.
Бондаренко О.И.

Екатеринбург, 2022

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ ИЗУЧЕНИЯ)

1.1. Личностные результаты освоения учебного предмета «Математика» на уровне среднего общего образования.

Личностные результаты освоения учебного предмета должны отражать готовность и способность обучающихся руководствоваться сформированной внутренней позицией личности, системой ценностных ориентаций, позитивных внутренних убеждений, соответствующих традиционным ценностям российского общества, расширение жизненного опыта и опыта деятельности в процессе реализации основных направлений воспитательной деятельности, в том числе в части:

гражданского воспитания:

- осознание своих конституционных прав и обязанностей, уважение закона и правопорядка;
- готовность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам;
- готовность вести совместную деятельность в интересах гражданского общества, участвовать в самоуправлении в общеобразовательной организации и детско-юношеских организациях;
- умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества;

патриотического воспитания:

- осознание обучающимися российской гражданской идентичности;
- уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной;
- сформированность российской гражданской идентичности, патриотизма, уважения к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, свой язык и культуру, прошлое и настоящее многонационального народа России;
- ценностное отношение к государственным символам, историческому и природному наследию, памятникам, традициям народов России, достижениям России в науке, искусстве, спорте, технологиях и труде;

духовно-нравственного воспитания:

- осознание духовных ценностей российского народа;
- способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности;
- осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;
- ответственное отношение к своим родителям и (или) другим членам семьи, созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни в соответствии с традициями народов России;
- целенаправленное развитие внутренней позиции личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций, формирование системы значимых ценностно-смысловых установок, антикоррупционного мировоззрения, правосознания, экологической культуры, способности ставить цели и строить жизненные планы;

эстетического воспитания:

- эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, труда и общественных отношений;
- способность воспринимать различные виды искусства, традиции и творчество своего и других народов, ощущать эмоциональное воздействие искусства;
- ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;

физического воспитания:

- сформированность здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью;

- активное неприятие вредных привычек и иных форм причинения вреда физическому и психическому здоровью;

трудового воспитания:

- готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие;
- готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- интерес к различным сферам профессиональной деятельности, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы;
- готовность и способность к образованию и самообразованию на протяжении всей жизни;

экологического воспитания:

- сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем;
- активное неприятие действий, приносящих вред окружающей среде;

ценности научного познания:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире;
- готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению;
- наличие мотивации к обучению и личностному развитию;
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- осознание ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности.
- готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формированию позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам;
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной математической науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение.

1.2. Метапредметные результаты освоения учебного предмета «Математика» на уровне

среднего общего образования

Метапредметные результаты освоения учебного предмета включают освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные); способность их использования в познавательной и социальной практике, готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности, организации учебного сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками, к участию в построении индивидуальной образовательной траектории; овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности.

Овладение универсальными учебными познавательными действиями:

а) базовые логические действия:

- самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне;
- устанавливать существенный признак или основания для сравнения, классификации и обобщения;
- определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения;
- выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых явлениях;
- вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности;
- развивать креативное мышление при решении жизненных проблем;

б) базовые исследовательские действия:

- владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;
- способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- овладение видами деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов;
- формирование научного типа мышления, владение научной терминологией, ключевыми понятиями и методами;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения;
- анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях;
- давать оценку новым ситуациям, оценивать приобретенный опыт;
- разрабатывать план решения проблемы с учетом анализа имеющихся материальных и нематериальных ресурсов;
- осуществлять целенаправленный поиск переноса средств и способов действия в профессиональную среду;
- уметь переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности;
- уметь интегрировать знания из разных предметных областей;
- выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения;
- ставить проблемы и задачи, допускающие альтернативные решения;

в) работа с информацией:

- владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления;
- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;

- оценивать достоверность, легитимность информации, ее соответствие правовым и морально-этическим нормам;
- использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;
- владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности.

Овладение универсальными коммуникативными действиями:

а) общение:

- осуществлять коммуникации во всех сферах жизни;
- распознавать невербальные средства общения, понимать значение социальных знаков, распознавать предпосылки конфликтных ситуаций и смягчать конфликты;
- владеть различными способами общения и взаимодействия;
- аргументированно вести диалог, уметь смягчать конфликтные ситуации;
- развернуто и логично излагать свою точку зрения с использованием языковых средств;

б) совместная деятельность:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы;
- выбирать тематику и методы совместных действий с учетом общих интересов и возможностей каждого члена коллектива;
- принимать цели совместной деятельности, организовывать и координировать действия по ее достижению: составлять план действий, распределять роли с учетом мнений участников обсуждать результаты совместной работы;
- оценивать качество своего вклада и каждого участника команды в общий результат по разработанным критериям;
- предлагать новые проекты, оценивать идеи с позиции новизны, оригинальности, практической значимости;
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- осуществлять позитивное стратегическое поведение в различных ситуациях, проявлять творчество и воображение, быть инициативным.

Овладение универсальными регулятивными действиями:

а) самоорганизация:

- самостоятельно осуществлять познавательную деятельность, выявлять проблемы, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- самостоятельно составлять план решения проблемы с учетом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений;
- давать оценку новым ситуациям;
- расширять рамки учебного предмета на основе личных предпочтений;
- делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение;
- оценивать приобретенный опыт;
- способствовать формированию и проявлению широкой эрудиции в разных областях знаний, постоянно повышать свой образовательный и культурный уровень;

б) самоконтроль:

- давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям;
- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований;
- использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения;
- уметь оценивать риски и своевременно принимать решения по их снижению;

в) эмоциональный интеллект, предполагающий сформированность:

- самосознания, включающего способность понимать свое эмоциональное состояние, видеть направления развития собственной эмоциональной сферы, быть уверенным в себе;
- саморегулирования, включающего самоконтроль, умение принимать ответственность за свое поведение, способность адаптироваться к эмоциональным изменениям и проявлять гибкость, быть открытым новому;
- внутренней мотивации, включающей стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей;
- эмпатии, включающей способность понимать эмоциональное состояние других, учитывать его при осуществлении коммуникации, способность к сочувствию и сопереживанию;
- социальных навыков, включающих способность выстраивать отношения с другими людьми, заботиться, проявлять интерес и разрешать конфликты;

г) принятие себя и других людей:

- принимать себя, понимая свои недостатки и достоинства;
- принимать мотивы и аргументы других людей при анализе результатов деятельности;
- признавать свое право и право других людей на ошибки;
- развивать способность понимать мир с позиции другого человека.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

1.3. Предметные результаты освоения учебного предмета «Математика» (углубленное изучение) на уровне среднего общего образования.

Требования к предметным результатам освоения углубленного курса математики должны включать требования к результатам освоения базового курса:

- 1) владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 2) умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;
- 3) умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
- 4) умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;
- 5) умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;
- 6) умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;
- 7) умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;
- 8) умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы

при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

9) умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

10) умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

11) умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

12) умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

13) умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

14) умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

и дополнительно отражать:

1) умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

2) умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

3) умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

4) умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

5) умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

6) умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным

(вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

7) умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

8) умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций;

умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции;

умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

9) умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

10) умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции;

умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

11) умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

12) умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

13) умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы

выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

14) умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

15) умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

16) умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

17) умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

18) умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

19) умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

Предметные результаты освоения учебного предмета «Математика» по основным разделам.

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской

деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

Результаты углубленного уровня ориентированы на получение компетентностей для последующей профессиональной деятельности как в рамках данной предметной области, так и в смежных с ней областях.

Элементы теории множеств и математической логики

- свободно оперировать понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*
- *понимать суть косвенного доказательства;*
- *оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*
- *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

Числа и выражения

- свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;

- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;
- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

- свободно решать системы линейных уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

Функции

- владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;
- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;

- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать
- бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*
- *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*
- *оперировать понятием первообразной для решения задач;*
- *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;*
- *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;*
- *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;*
- *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;*
- *уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);*
- *уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;*
- *владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

- оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- *иметь представление о центральной предельной теореме;*
- *иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;*
- *иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;*
- *иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;*
- *иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;*

- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;
- владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

Текстовые задачи

- решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

Геометрия

- владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;
- владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;
- иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;
- иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;
- применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;

- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
- владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;
- владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;
- владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;
- иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;
- иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
- уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.
- *Иметь представление об аксиоматическом методе;*
- *владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;*
- *уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;*
- *владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;*
- *иметь представление о двойственности правильных многогранников;*
- *владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;*
- *иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;*
- *иметь представление о конических сечениях;*
- *иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;*
- *применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;*
- *владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;*

- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;
- применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;
- уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объемов при решении задач

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач прикладного характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат

Векторы и координаты в пространстве

- владеть понятиями векторы и их координаты;
- уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач
- находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат

История и методы математики

- иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ ИЗУЧЕНИЯ)

Элементы теории множеств и математической логики

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множества. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения

принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера.

Счётные и несчётные множества.

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. *Алгебра высказываний.*

Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснование и доказательство в математике. Определения. Теоремы. *Виды доказательств. Математическая индукция.*

Утверждения: обратное данному, *противоположное, обратное противоположному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Числа и выражения

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел.

Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами.

Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. *Тригонометрическая форма комплексного числа.*

Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число e .

Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений.

Метод математической индукции.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма.

Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Уравнения и неравенства

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. *Неравенства с параметрами.*

Решение уравнений степени выше второй специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.

Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.

Функции

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период. Чётные и нечётные функции.

Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.

Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

Элементы математического анализа

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции.* Непрерывность функции.

Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса для непрерывных функций.

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.*

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций.

Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл.

Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения. Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. *Гипергеометрическое распределение и его свойства.*

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Показательное распределение, его параметры.

Распределение Пуассона и его применение. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). *Центральная предельная теорема.*

Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные

наблюдения двух случайных величин. *Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.*

Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями. Ранговая корреляция.

Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции. Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле.

Кодирование. Двоичная запись.

Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.

Геометрия

Решение задач с использованием свойств фигур на плоскости. Решение задач на доказательство и построение контрпримеров. Применение простейших логических правил. Решение задач с использованием теорем о треугольниках, соотношений в прямоугольных треугольниках, фактов, связанных с четырехугольниками. Решение задач с использованием фактов, связанных с окружностями. Решение задач на измерения на плоскости, вычисления длин и площадей. *Решение задач с помощью векторов и координат.*

Наглядная стереометрия. Призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

Теорема Менелая для тетраэдра. Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций.

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах.

Виды тетраэдров. Ортоцентральный тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.

Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.

Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых.

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.*

Виды многогранников. *Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника.*

Теорема Эйлера. Правильные многогранники. *Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы.

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными ребрами и гранями, их основные свойства.

Площади поверхностей многогранников.

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус).

Усеченная пирамида и усеченный конус.

Элементы сферической геометрии. Конические сечения.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.*

Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. *Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для*

нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.
 Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.
 Площадь сферы.
 Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.
 Комбинации многогранников и тел вращения.
 Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.
 Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.
 Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.
 Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.
 Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат.
 Элементы геометрии масс.

3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ ИЗУЧЕНИЯ) 10 КЛАСС

№ раздела	Тема раздела	Содержание раздела	Примерное количество часов
1.	Числа и выражения (Действительные числа)	Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Действия с действительными числами. Степень с действительным показателем, свойства степени. Модуль числа. Тожественные преобразования степенных и иррациональных выражений. Метод математической индукции. <i>Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.</i> <i>Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.</i>	17
2.	Элементы математического анализа (Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия)	Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. <i>Понятие предела функции в бесконечности.</i>	
3.	Функции. (Степенная функция.)	Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период.	5

		Чётные и нечётные функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. <i>Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$. Степенная функция, её свойства и графики.</i> Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.	
4.	Уравнения и неравенства (Иррациональные уравнения и неравенства)	Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений. Иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств. <i>Неравенства с параметрами.</i> <i>Решение уравнений степени выше второй специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.</i>	13
5.	Функции (Показательная функция)	Показательная функция, её свойства и график: нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность, наибольшее и наименьшее значения функции	2
6.	Уравнения и неравенства (Показательные уравнения и неравенства)	Показательные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств. Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Системы показательных уравнений. Системы показательных неравенств. Уравнения, системы уравнений с параметрами.	13
7.	Числа и выражения (Логарифмы)	Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы. Тождественные преобразования логарифмических выражений.	7
8.	Функция (Логарифмическая функция)	Логарифмическая функция, её свойства и график: нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность, наибольшее и наименьшее значения функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций.	2
9.	Уравнения и неравенства (Логарифмические уравнения и неравенства)	Логарифмические уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств. Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Системы логарифмических уравнений. Системы логарифмических неравенств. Уравнения, системы уравнений с параметрами.	8
10.	Числа и выражения (Тригонометрические формулы).	Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения	27

		и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	
11.	Уравнения и неравенства (Тригонометрические Уравнения)	Тригонометрические уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Системы тригонометрических уравнений. Системы тригонометрических неравенств.	18
12.	Геометрия (Аксиомы. Параллельность прямых и плоскостей)	Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. <i>Понятие об аксиоматическом методе.</i> <i>Теорема Менелая для тетраэдра.</i> Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций. Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. <i>Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.</i> Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. <i>Геометрические места точек в пространстве.</i>	23
13.	Геометрия (Перпендикулярность прямых и плоскостей)	Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трех перпендикулярах. <i>Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра.</i> <i>Достраивание тетраэдра до параллелепипеда.</i> Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. <i>Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы. Трехгранный и многогранный угол. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.</i>	20
14.	Геометрия (Многогранники)	Виды многогранников. <i>Развертки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера.</i> Правильные многогранники. <i>Двойственность правильных многогранников.</i> Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы. Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклоненными	20

		ребрами и гранями, их основные свойства. Площади поверхностей многогранников. Усеченная пирамида	
15.	Повторение	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	24 5
	ИТОГО	Алгебра и начала математического анализа 136ч Геометрия 68ч	204

11 КЛАСС

№ раздела	Тема раздела	Содержание курса	Примерное количество часов
1.	Повторение	Корень степени n . Степень положительного числа. Логарифм. Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства. Тригонометрические уравнения и неравенства.	5
2.	Функции (Тригонометрические функции)	Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики. Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.	19
3.	Элементы математического анализа (Производная и её геометрический смысл)	Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. <i>Применение производной в физике</i> . Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. <i>Вторая производная, её геометрический и физический смысл.</i>	29
4.	Элементы математического анализа (Применение производной к исследованию функций)	Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. <i>Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.</i>	16
5.	Элементы математического анализа (Интеграл)	Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла. <i>Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.</i>	15
6.	Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов	Повторение. Использование таблиц и диаграмм для представления данных. Решение задач на применение описательных характеристик числовых наборов: средних, наибольшего и наименьшего	9

	(Комбинаторика)	значения, размаха, дисперсии и стандартного отклонения.	
7.	Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов (Элементы теории Вероятностей)	<p>Вычисление частот и вероятностей событий. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Использование комбинаторики. Вычисление вероятностей независимых событий. Использование формулы сложения вероятностей, диаграмм Эйлера, дерева вероятностей, формулы Бернулли.</p> <p><i>Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.</i></p> <p>Условная вероятность. Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.</p>	7
8.	Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов (Статистика)	<p>Дискретные случайные величины и распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.</p> <p>Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства. <i>Гипергеометрическое распределение и его свойства.</i></p> <p>Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.</p> <p><i>Показательное распределение, его параметры. Распределение Пуассона и его применение.</i></p> <p>Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчиненных нормальному закону (погрешность измерений, рост человека). <i>Центральная предельная теорема.</i></p> <p><i>Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.</i></p> <p>Ковариация двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции. Совместные наблюдения двух случайных величин. <i>Выборочный коэффициент корреляции. Линейная регрессия.</i></p> <p><i>Статистическая гипотеза. Статистика критерия и ее уровень значимости. Проверка простейших гипотез. Эмпирические распределения и их связь с теоретическими распределениями.</i></p> <p><i>Ранговая корреляция.</i></p> <p><i>Построение соответствий. Инъективные и сюръективные соответствия. Биекции.</i></p> <p><i>Дискретная непрерывность. Принцип Дирихле. Кодирование. Двоичная запись.</i></p>	7

		<i>Основные понятия теории графов. Деревья. Двоичное дерево. Связность. Компоненты связности. Пути на графе. Эйлеровы и Гамильтоновы пути.</i>	
9.	Векторы и координаты в пространстве (Векторы в пространстве)	Понятие вектора в пространстве. Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение. Компланарные векторы.	5
10.	Векторы и координаты в пространстве (Метод координат в пространстве)	Угол между векторами. Скалярное произведение. Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. <i>Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.</i> <i>Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.</i>	19
11.	Геометрия (Цилиндр, конус, шар)	Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус). Усеченная пирамида и усеченный конус. <i>Элементы сферической геометрии. Конические сечения.</i> Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. <i>Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения.</i>	16
12.	Геометрия (Объемы тел)	Понятие объема. Объемы многогранников. Объемы тел вращения. <i>Аксиомы объема. Вывод формул объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.</i> <i>Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения. Площадь сферического пояса. Объем шарового слоя. Применение объемов при решении задач.</i> Площадь сферы. <i>Развертка цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра и конуса.</i> Комбинации многогранников и тел вращения. Подобие в пространстве. Отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. <i>Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.</i> <i>Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.</i>	18
13.	Повторение	Алгебра и начала математического анализа Геометрия	29 10
	ИТОГО	Алгебра и начала математического анализа 136ч Геометрия 68ч	204